

Elementi di Meccanica Quantistica

Parte prima: Formalismo Generale

Gianfausto Dell'Antonio

Dipartimento di Matematica
Università di Roma La Sapienza
e
Sissa, Trieste

A Caterina, Fiammetta, Simonetta
Che hanno dato colore nuovo alla mia vita

Whether our attempt stands the test can only be shown by quantitative calculations of simple systems

Max Born, On Quantum Mechanics

Z. fur Physik 26, 379-395 (1924)

Introduzione

Questo testo di Meccanica Quantistica origina dalle lezioni che ho tenuto nel corso degli anni agli studenti del quart'anno, e poi della laurea specialistica, del Dipartimento di Matematica dell'Università di Roma, La Sapienza, agli studenti della Scuola di Dottorato in Matematica della stessa Università e agli studenti di Dottorato in Matematica del settore di Fisica Matematica della Sissa di Trieste.

Ho cercato di fare una presentazione che, senza togliere alla precisione matematica, facesse cogliere la struttura concettuale e l'unità della teoria. Occorre chiarire subito che la Meccanica Quantistica che viene descritta in questo libro è la meccanica quantistica non-relativistica formulata nelle sue parti essenziali da una parte da De Broglie e soprattutto Schroedinger e dall'altra da Born, Heisenberg e Jordan, con contributi importanti di Dirac e Pauli.

Per ragioni editoriali il libro viene presentato in due volumi, con lo stesso titolo (per sottolineare l'unità del testo).

Il primo volume contiene i capitoli da 1 fino a dieci. Contiene gli elementi essenziali della costruzione matematica e concettuale della Meccanica Quantistica, e alcuni degli strumenti matematici che maggiormente sono utilizzati nella formulazione. Alcuni capitoli contengono costruzioni specifiche della dinamica quantistica. Questa parte introduttiva serve a familiarizzare lo studente con il formalismo della Meccanica Quantistica e della dinamica quantistica; contiene tuttavia argomenti che sono ancora oggetto di ricerca.

Il secondo volume contiene i Capitoli 11 fino a 19. Ciascuno di questi capitoli tratta un tema specifico, spesso oggetto tuttora di ricerca, scelto tra quelli che considero più interessanti. Poiché la definizione "interessante" è largamente soggettiva, alcuni dei temi non trattati possono essere da altri considerati più rilevanti o di maggiore interesse per alcune applicazioni. Le applicazioni della Meccanica Quantistica coprono un vastissimo spettro di argomenti di ricerca, e la scelta di quali trattare non può essere che individuale.

Desidero qui ringraziare gli studenti che hanno seguito i miei corsi e i numerosi colleghi con i quali ho discusso il contenuto di questo libro per commenti, suggerimenti e critiche costruttive che hanno molto migliorato la fruibilità di questo libro da parte degli studenti.

IL Capitolo 1 è una breve introduzione storica, a mio avviso necessaria per comprendere la formulazione della Meccanica Quantistica.

Il Capitolo 2 contiene un'analisi del linguaggio (anche matematico) della M.Q. e delle difficoltà concettuali che si incontrano nel riportare questo linguaggio alla realtà sperimentale, in particolare per quanto riguarda la teoria della misurazione e la decoerenza. La Meccanica Quantistica è un modello, denso di aspetti storici e culturali, che possiamo utilizzare per descrivere e organizzare le esperienze relative a strutture delle dimensioni atomiche, e in questo campo ci dà risposte estremamente accurate e previsioni di straordinaria efficacia. Gran parte della tecnologia che è stata sviluppata negli ultimi decenni è basata sull'utilizzazione del formalismo della Meccanica Quantistica. Tuttavia una parte concettuale della M.Q. non è stata finora posta in forma completamente soddisfacente e può darsi che il modello "Meccanica Quantistica" come è esposto in questo libro non colga completamente la complessità dei fenomeni su scala atomica. Questo è in parte dovuto

al fatto che il linguaggio (nel senso linguistico del termine) che viene utilizzato per descrivere l'organizzazione degli esperimenti e per comunicare i risultati di un'esperienza (e addirittura per descrivere un'esperienza e la sua importanza) é quello della fisica classica (macroscopica), l'unica a cui accediamo drettamente con i nostri sensi.

Il capitolo 3 contiene i primi elementi di dinamica quantistica, esemplificati nel moto di un punto materiale non soggetto a forze, e la sua connessione con i gruppi che preservano strutture fondamentali relative a i concetti di stato e osservabile.

I capitoli 4,6,8,9 danno una breve introduzione alla strutture matematiche che formano la base matematica della Meccanica Quantistica. A questo proposito conviene notare che la Meccanica Quantistica ha avuto un ruolo determinante nello sviluppo di gran parte della matematica moderna, in parte attraverso il contributo di Fisici Matematici e in parte come stimolo per lo sviluppo di tecniche che hanno poi avuto applicazioni in altri campi della matematica. Questi capitoli danno i primi rudimenti e applicazioni relativamente elementari della teoria delle algebre di Von Neumann, della teoria dei semigrupp, in particolare semigrupp di Markov, della teoria degli operatori su spazi di Hilbert e della teoria delle estensioni di questi operatori, quando necessario e possibile, per provvedere generatori di gruppi ad un parametro di simmetrie o di evoluzione temporale. Tutte queste strutture hanno un ruolo essenziale nella formulazione matematica della Meccanica Quantistica e delle sue applicazioni.

Il capitolo 5 tratta in modo relativamente elementare il problema del limite semiclassico, cioè in che modo la dinamica quantistica rifletta la dinamica classica quando viene applicata in circostanze in cui, per i fenomeni considerati, le quantità che vengono misurate e che hanno la dimensione di un'azione risultano aver valori molto maggiori della costante di Panck. In parte di questo capitolo utilizziamo anche i metodi di fase stazionaria, in analogia a quanto avviene nella trattazione dell'ottica geometrica e della sua relazione con l'ottica ondulatoria. Una trattazione piú completa del limite semiclassico con strumenti matematici piú avanzati viene ripresa nella seconda parte di questo libro, al capitolo 11.

Il capitolo 7 tratta il sistema di Weyl e la sua algebra, uno degli strumenti chiave nella formulazione matematica della Meccanica Quantistica. Viene descritta la sua relazione con la descrizione delle quantità di moto in Meccanica Quantistica, un punto centrale sia nel filone di De Broglie-Schroedinger che in quello di Born-Heisenbeg-Jordan. Vengono anche descritte le rappresentazioni che hanno avuto un ruolo principale nella successiva estensione della Meccanica Quantistica a sistemi con infiniti gradi di liberta e vengono dati brevi cenni al problema di cosa debba intendersi per "quantizzazione" (a questo proposito é interessante notare che il termine "quanto" utilizzato da Planck e poi piú efficacemente da Einstein ("quanto di luce") é poco connesso alla "quantizzazione" introdotta in Meccanica Quantistica non relativistica.

Il capitolo 10 riguarda l'utilizzazione degli strumenti matematici descritti nei capitoli 4,6,8,9 per analizzare la dinamica quantistica di uno o piú punti materiali che interagiscono tra loro mediante forze di natura potenziale; vengono descritte in questo capitolo le dinamiche associate a potenziali di varia regolarita, vengono date tecniche generali di costruzione e vengono esplicitate classi di potenziali per i quali é possibile la costruzione di una dinamica quantistica.

Il secondo volume contiene argomenti scelti di Meccanica Quantistica.

Il capitolo 11 inizia con la descrizione della funzioni di Wigner, uno strumento introdotto per descrivere aspetti del limite semiclassico ma che ha assunto una rilevanza propria nella trattazione della Meccanica Quantistica. Strettamente connessa a questo tema, attraverso la quantizzazione di Weyl descritta nel capitolo 7, é la formulazione mediante operatori

pseudodifferenziali, generalizzazione naturale ed efficace degli operatori differenziali che appaiono nell'equazione di Schrodinger. Gli operatori pseudodifferenziali giocano un ruolo importante nella trattazione matematica della materia cristallina, soprattutto in presenza di campi magnetici, e in generale nei problemi che provengono dalla Fisica dello stato solido.

Il capitolo 12 riguarda una particolare classe di operatori in uno spazio di Hilbert, gli operatori compatti. Essi giocano un ruolo particolare nella trattazione matematica della Meccanica Quantistica, e le loro proprietà sono alla base di numerosi risultati matematici che hanno rilevanza in Fisica. Questo capitolo raccoglie anche un'antologia di disuguaglianze che sono utili e di uso comune.

Il capitolo 13 contiene una trattazione matematica della parte di meccanica Quantistica che riguarda i potenziali periodici, utilizzati per descrivere la struttura cristallina. Questo aspetto della Meccanica Quantistica copre una larga parte delle applicazioni alla Fisica dello stato solido, e costituisce un campo di ricerca molto attivo e denso di problemi aperti.

Il capitolo 14 introduce la formula di Feynman-Kac, uno degli argomenti più discussi soprattutto per la sua utilizzazione nella trattazione di sistemi con infiniti gradi di libertà (teoria dei campi quantizzati). Nella maggior parte di queste trattazioni la formula stessa viene utilizzata in modo formale, senza una vera giustificazione matematica. In questo capitolo la formula di Feynman-Kac viene connessa al semigruppato dal calore; in questo contesto viene data una breve trattazione della teoria matematica delle probabilità, delle variabili casuali, del moto Browniano e sue generalizzazioni e dei processi di Markov.

Il capitolo 15 analizza la teoria delle forme quadratiche, in particolare delle forme di Dirichlet, in connessione con la formulazione della teoria degli operatori autoaggiunti come teoria delle forme quadratiche. Viene anche discussa la connessione con l'operatore modulare e la condizione K.M.S. utilizzata soprattutto, ma non solo, in Meccanica Statistica Quantistica, nonché con la versione non commutativa dell'equivalenza tra misure espressa dalla derivata di Radon-Nikodym.

Il capitolo 16 contiene la trattazione quantistica dell'atomo di idrogeno e degli atomi idrogenoidei, sottolineando nel primo caso il ruolo, in analogia con il caso classico, della presenza di un'ulteriore costante del moto (oltre a quelle che per il teorema di Noether vengono associate alle simmetrie continue del sistema). Il capitolo termina con la descrizione dei metodi con cui è possibile dare una stima, in generale dall'alto, del numero di stati legati di un sistema quantistico.

Il capitolo 17 riguarda elementi di teoria dello scattering in meccanica quantistica. Vengono discusse la formulazione dipendente dal tempo, in cui si analizza direttamente il comportamento asintotico nel tempo di uno stato puro quantistico sotto l'evoluzione generata da una forza di natura potenziale, e la teoria stazionaria dello scattering in cui lo stesso comportamento viene analizzato attraverso lo studio dell'operatore risolvente e delle sue proprietà. Il capitolo contiene anche una descrizione di un metodo, dovuto ad Enss, basato su uno studio dettagliato della propagazione della funzione nello spazio. Per la sua efficacia questo metodo di Enss è viene utilizzato negli articoli di ricerca che riguardano la struttura generale dello scattering in Meccanica Quantistica; gli altri due metodi, e soprattutto la teoria stazionaria dello scattering rimane il metodo più utilizzato per analizzare in dettaglio la matrice di scattering per il caso di specifici interessanti potenziali.

Il capitolo 18 riprende la teoria dello scattering analizzando il metodo di Mourré, che prende spunto dal metodo di Enss e lo generalizza. Il metodo di Mourré e sue generalizzazioni successive, come il metodo degli operatori coniugati, è oggi il metodo che viene più

comunemente utilizzato nello studio degli aspetti matematici della teoria dello scattering da forze di natura potenziale. Il metodo stesso è stato più generalizzato per permettere una trattazione matematica del sistema composto da N corpi quantistici interagenti mutualmente mediante forze di natura potenziale. In questo capitolo viene brevemente descritta la struttura spettrale del sistema quantistico di N corpi e vengono dati elementi della teoria dello scattering per questo sistema.

Nel capitolo 19 viene descritta la teoria delle applicazioni completamente positive, che giocano un ruolo determinante nella trattazione dei sistemi quantistici "aperti" (cioè in interazione con un ambiente quantistico esterno della cui modificazione non è possibile tener traccia). In questo contesto si analizzano i semigruppı markoviani e le proprietà di ipercontrattività di operatori su spazi di funzioni (contrattività tra spazi dotati di topologie diverse, che portano in generale ad avere proprietà di regolarità maggiore della funzione immagine). Queste proprietà di ipercontrattività portano spesso in Meccanica Quantistica a formulare criteri di esistenza e unicità dello stato di energia minima (stato fondamentale) e sono alla base della costruzione della teoria dei campi quantizzati generalizzano al caso di dimensione infinita gli strumenti di teoria delle funzioni tipici della formulazione di Schroedinger della Meccanica Quantistica.

Indice dal primo Volume

Cap. 1 Cenni storici

Cap. 2 Stati, osservabili, misurazioni.. Decoerenza

Cap. 3 Dinamica quantistica, moto libero, potenziali limitati, ologonomia e fase geometrica

Cap. 4 Elementi della teoria delle algebre C^* ; automorfismi, derivazioni. Condizione K.M.S.

Cap 5 Limite semiclassico I. Stati coerenti, Gruppo metaplettico. Metodo W.K.B.

Cap 6 Semigrupperi e dissipazioni. Aspettazioni condizionate. Semigrupperi di Markov.

Cap 7 Algebra di Weyl, Rappresentazioni di Bargmann, Fock, Segal. Quantizzazioni . Algebra di Weyl magnetica.

Cap. 8 Elementi di teoria degli operatori su spazi di Hilbert

Cap. 9 Estensioni autoaggiunte

Cap 10 Elementi di teoria degli operatori di Schroedinger. ρ

Indice del II volume

Cap 11 Limite semiclassico II. Funzioni di Wigner, operatori pseudodifferenziali

Cap 12 Operatori compatti. Criteri di compattezza. Disuguaglianze.

Cap 13 Potenziali periodici. Funzioni di Bloch-Wannier . Campi magnetici.

Cap 14 Formule di Lie-Trotter e Feynmann-Kac. Variabili casuali. Moto Browniano

Cap 15 Forma quadratiche. Operatore modulare.

Cap 16 Atomi di idrogeno ed idrogenoidi. Stime del numero di stati legati.

Cap 17 Teoria dello scattering in Meccanica Quantistica.

Cap. 18 Teoria dello scattering: il metodo di Mourre. Sistema a N corpi..

Cap.19 Applicazioni completamente positive. Semigrupperi Markoviani. Ipercontrattivit.

Elementi di Meccanica Quantistica

Parte seconda: Capitoli Scelti

Gianfausto Dell'Antonio

Dipartimento di Matematica
Università di Roma La Sapienza
e
Sissa, Trieste

A Caterina, Fiammetta, Simonetta
Che hanno dato colore nuovo alla mia vita

Whether our attempt stands the test can only be shown by quantitative calculations of simple systems

Max Born, On Quantum Mechanics

Z. fur Physik 26, 379-395 (1924)

Questo testo di Meccanica Quantistica origina dalle lezioni che ho tenuto nel corso degli anni agli studenti del quart'anno, e poi della laurea specialistica, del Dipartimento di Matematica dell'Università di Roma, La Sapienza, agli studenti della Scuola di Dottorato in Matematica della stessa Università e agli studenti di Dottorato in Matematica del settore di Fisica Matematica della Sissa di Trieste.

Ho cercato di fare una presentazione che, senza togliere alla precisione matematica, facesse cogliere la struttura concettuale e l'unità della teoria. Occorre chiarire subito che la Meccanica Quantistica che viene descritta in questo libro è la meccanica quantistica non-relativistica formulata nelle sue parti essenziali da una parte da De Broglie e soprattutto Schroedinger e dall'altra da Born, Heisenberg e Jordan, con contributi importanti di Dirac e Pauli.

Per ragioni editoriali il libro viene presentato in due volumi, con lo stesso titolo (per sottolineare l'unità del testo).

Il primo volume contiene i capitoli da 1 fino a dieci. Contiene gli elementi essenziali della costruzione matematica e concettuale della Meccanica Quantistica, e alcuni degli strumenti matematici che maggiormente sono utilizzati nella formulazione. Alcuni capitoli contengono costruzioni specifiche della dinamica quantistica. Questa parte introduttiva serve a familiarizzare lo studente con il formalismo della Meccanica Quantistica e della dinamica quantistica; contiene tuttavia argomenti che sono ancora oggetto di ricerca.

Il secondo volume contiene i Capitoli 11 fino a 19. Ciascuno di questi capitoli tratta un tema specifico, spesso oggetto tuttora di ricerca, scelto tra quelli che considero più interessanti. Poiché la definizione "interessante" è largamente soggettiva, alcuni dei temi non trattati possono essere da altri considerati più rilevanti o di maggiore interesse per alcune applicazioni. Le applicazioni della Meccanica Quantistica coprono un vastissimo spettro di argomenti di ricerca, e la scelta di quali trattare non può essere che individuale.

Desidero qui ringraziare gli studenti che hanno seguito i miei corsi e i numerosi colleghi con i quali ho discusso il contenuto di questo libro per commenti, suggerimenti e critiche costruttive che hanno molto migliorato la fruibilità di questo libro da parte degli studenti.

IL Capitolo 1 è una breve introduzione storica, a mio avviso necessaria per comprendere la formulazione della Meccanica Quantistica.

Il Capitolo 2 contiene un'analisi del linguaggio (anche matematico) della M.Q. e delle difficoltà concettuali che si incontrano nel rapportare questo linguaggio alla realtà sperimentale, in particolare per quanto riguarda la teoria della misurazione e la decoerenza. La Meccanica Quantistica è un modello, denso di aspetti storici e culturali, che possiamo utilizzare per descrivere e organizzare le esperienze relative a strutture delle dimensioni atomiche, e in questo campo ci dà risposte estremamente accurate e previsioni di straordinaria efficacia. Gran parte della tecnologia che è stata sviluppata negli ultimi decenni è basata sull'utilizzazione del formalismo della Meccanica Quantistica. Tuttavia una parte concettuale della M.Q. non è stata finora posta in forma completamente soddisfacente e può darsi che il modello "Meccanica Quantistica" come è esposto in questo libro non colga completamente la complessità dei fenomeni su scala atomica. Questo è in parte dovuto

al fatto che il linguaggio (nel senso linguistico del termine) che viene utilizzato per descrivere l'organizzazione degli esperimenti e per comunicare i risultati di un'esperienza (e addirittura per descrivere un'esperienza e la sua importanza) é quello della fisica classica (macroscopica), l'unica a cui accediamo drettamente con i nostri sensi.

Il capitolo 3 contiene i primi elementi di dinamica quantistica, esemplificati nel moto di un punto materiale non soggetto a forze, e la sua connessione con i gruppi che preservano strutture fondamentali relative a i concetti di stato e osservabile.

I capitoli 4,6,8,9 danno una breve introduzione alla strutture matematiche che formano la base matematica della Meccanica Quantistica. A questo proposito conviene notare che la Meccanica Quantistica ha avuto un ruolo determinante nello sviluppo di gran parte della matematica moderna, in parte attraverso il contributo di Fisici Matematici e in parte come stimolo per lo sviluppo di tecniche che hanno poi avuto applicazioni in altri campi della matematica. Questi capitoli danno i primi rudimenti e applicazioni relativamente elementari della teoria delle algebre di Von Neumann, della teoria dei semigrupp, in particolare semigrupp di Markov, della teoria degli operatori su spazi di Hilbert e della teoria delle estensioni di questi operatori, quando necessario e possibile, per provvedere generatori di gruppi ad un parametro di simmetrie o di evoluzione temporale. Tutte queste strutture hanno un ruolo essenziale nella formulazione matematica della Meccanica Quantistica e delle sue applicazioni.

Il capitolo 5 tratta in modo relativamente elementare il problema del limite semiclassico, cioè in che modo la dinamica quantistica rifletta la dinamica classica quando viene applicata in circostanze in cui, per i fenomeni considerati, le quantità che vengono misurate e che hanno la dimensione di un'azione risultano aver valori molto maggiori della costante di Planck. In parte di questo capitolo utilizziamo anche i metodi di fase stazionaria, in analogia a quanto avviene nella trattazione dell'ottica geometrica e della sua relazione con l'ottica ondulatoria. Una trattazione piú completa del limite semiclassico con strumenti matematici piú avanzati viene ripresa nella seconda parte di questo libro, al capitolo 11.

Il capitolo 7 tratta il sistema di Weyl e la sua algebra, uno degli strumenti chiave nella formulazione matematica della Meccanica Quantistica. Viene descritta la sua relazione con la descrizione delle quantità di moto in Meccanica Quantistica, un punto centrale sia nel filone di De Broglie-Schroedinger che in quello di Born-Heisenberg-Jordan. Vengono anche descritte le rappresentazioni che hanno avuto un ruolo principale nella successiva estensione della Meccanica Quantistica a sistemi con infiniti gradi di libertà e vengono dati brevi cenni al problema di cosa debba intendersi per "quantizzazione" (a questo proposito é interessante notare che il termine "quanto" utilizzato da Planck e poi piú efficacemente da Einstein ("quanto di luce") é poco connesso alla "quantizzazione" introdotta in Meccanica Quantistica non relativistica).

Il capitolo 10 riguarda l'utilizzazione degli strumenti matematici descritti nei capitoli 4,6,8,9 per analizzare la dinamica quantistica di uno o piú punti materiali che interagiscono tra loro mediante forze di natura potenziale; vengono descritte in questo capitolo le dinamiche associate a potenziali di varia regolarità, vengono date tecniche generali di costruzione e vengono esplicitate classi di potenziali per i quali é possibile la costruzione di una dinamica quantistica.

Il secondo volume contiene argomenti scelti di Meccanica Quantistica.

Il capitolo 11 inizia con la descrizione della funzioni di Wigner, uno strumento introdotto per descrivere aspetti del limite semiclassico ma che ha assunto una rilevanza propria nella trattazione della Meccanica Quantistica. Strettamente connessa a questo tema, attraverso la quantizzazione di Weyl descritta nel capitolo 7, é la formulazione mediante operatori

pseudodifferenziali, generalizzazione naturale ed efficace degli operatori differenziali che appaiono nell'equazione di Schrodinger. Gli operatori pseudodifferenziali giocano un ruolo importante nella trattazione matematica della materia cristallina, soprattutto in presenza di campi magnetici, e in generale nei problemi che provengono dalla Fisica dello stato solido.

Il capitolo 12 riguarda una particolare classe di operatori in uno spazio di Hilbert, gli operatori compatti. Essi giocano un ruolo particolare nella trattazione matematica della Meccanica Quantistica, e le loro proprietà sono alla base di numerosi risultati matematici che hanno rilevanza in Fisica. Questo capitolo raccoglie anche un'antologia di disuguaglianze che sono utili e di uso comune.

Il capitolo 13 contiene una trattazione matematica della parte di meccanica Quantistica che riguarda i potenziali periodici, utilizzati per descrivere la struttura cristallina. Questo aspetto della Meccanica Quantistica copre una larga parte delle applicazioni alla Fisica dello stato solido, e costituisce un campo di ricerca molto attivo e denso di problemi aperti.

Il capitolo 14 introduce la formula di Feynman-Kac, uno degli argomenti più discussi soprattutto per la sua utilizzazione nella trattazione di sistemi con infiniti gradi di libertà (teoria dei campi quantizzati). Nella maggior parte di queste trattazioni la formula stessa viene utilizzata in modo formale, senza una vera giustificazione matematica. In questo capitolo la formula di Feynman-Kac viene connessa al semigruppato dal calore; in questo contesto viene data una breve trattazione della teoria matematica delle probabilità, delle variabili casuali, del moto Browniano e sue generalizzazioni e dei processi di Markov.

Il capitolo 15 analizza la teoria delle forme quadratiche, in particolare delle forme di Dirichlet, in connessione con la formulazione della teoria degli operatori autoaggiunti come teoria delle forme quadratiche. Viene anche discussa la connessione con l'operatore modulare e la condizione K.M.S. utilizzata soprattutto, ma non solo, in Meccanica Statistica Quantistica, nonché con la versione non commutativa dell'equivalenza tra misure espressa dalla derivata di Radon-Nikodym.

Il capitolo 16 contiene la trattazione quantistica dell'atomo di idrogeno e degli atomi idrogenoidei, sottolineando nel primo caso il ruolo, in analogia con il caso classico, della presenza di un'ulteriore costante del moto (oltre a quelle che per il teorema di Noether vengono associate alle simmetrie continue del sistema). Il capitolo termina con la descrizione dei metodi con cui è possibile dare una stima, in generale dall'alto, del numero di stati legati di un sistema quantistico.

Il capitolo 17 riguarda elementi di teoria dello scattering in meccanica quantistica. Vengono discusse la formulazione dipendente dal tempo, in cui si analizza direttamente il comportamento asintotico nel tempo di uno stato puro quantistico sotto l'evoluzione generata da una forza di natura potenziale, e la teoria stazionaria dello scattering in cui lo stesso comportamento viene analizzato attraverso lo studio dell'operatore risolvente e delle sue proprietà. Il capitolo contiene anche una descrizione di un metodo, dovuto ad Enss, basato su uno studio dettagliato della propagazione della funzione nello spazio. Per la sua efficacia questo metodo di Enss è viene utilizzato negli articoli di ricerca che riguardano la struttura generale dello scattering in Meccanica Quantistica; gli altri due metodi, e soprattutto la teoria stazionaria dello scattering rimane il metodo più utilizzato per analizzare in dettaglio la matrice di scattering per il caso di specifici interessanti potenziali.

Il capitolo 18 riprende la teoria dello scattering analizzando il metodo di Mourré, che prende spunto dal metodo di Enss e lo generalizza. Il metodo di Mourré e sue generalizzazioni successive, come il metodo degli operatori coniugati, è oggi il metodo che viene più

comunemente utilizzato nello studio degli aspetti matematici della teoria dello scattering da forze di natura potenziale. Il metodo stesso è stato più generalizzato per permettere una trattazione matematica del sistema composto da N corpi quantistici interagenti mutualmente mediante forze di natura potenziale. In questo capitolo viene brevemente descritta la struttura spettrale del sistema quantistico di N corpi e vengono dati elementi della teoria dello scattering per questo sistema.

Nel capitolo 19 viene descritta la teoria delle applicazioni completamente positive, che giocano un ruolo determinante nella trattazione dei sistemi quantistici "aperti" (cioè in interazione con un ambiente quantistico esterno della cui modificazione non è possibile tener traccia). In questo contesto si analizzano i semigruppı markoviani e le proprietà di ipercontrattività di operatori su spazi di funzioni (contrattività tra spazi dotati di topologie diverse, che portano in generale ad avere proprietà di regolarità maggiore della funzione immagine). Queste proprietà di ipercontrattività portano spesso in Meccanica Quantistica a formulare criteri di esistenza e unicità dello stato di energia minima (stato fondamentale) e sono alla base della costruzione della teoria dei campi quantizzati generalizzano al caso di dimensione infinita gli strumenti di teoria delle funzioni tipici della formulazione di Schroedinger della Meccanica Quantistica.

Indice

- Cap 11 Limite semiclassico II. Funzioni di Wigner, operatori pseudodifferenziali
- Cap 12 Operatori compatti. Criteri di compattezza. Disuguaglianze.
- Cap 13 Potenziali periodici. Funzioni di Bloch-Wannier . Campi magnetici.
- Cap 14 Formule di Lie-Trotter e Feynmann-Kac. Variabili casuali. Moto Browniano
- Cap 15 Forma quadratiche. Operatore modulare.
- Cap 16 Atomi di idrogeno ed idrogenoidi. Stime del numero di stati legati.
- Cap 17 Teoria dello scattering in Meccanica Quantistica.
- Cap. 18 Teoria dello scattering: il metodo di Mourre. Sistema a N corpi..
- Cap.19 Applicazioni completamente positive. Semigruppri Markoviani. Ipercontrattivit.

Indice dal primo Volume

- Cap. 1 Cenni storici
- Cap. 2 Stati, osservabili, misurazioni.. Decoerenza
- Cap. 3 Dinamica quantistica, moto libero, potenziali limitati, ologonomia e fase geometrica
- Cap. 4 Elementi della teoria delle algebre C^* ; automorfismi, derivazioni. Condizione K.M.S.
- Cap 5 Limite semiclassico I. Stati coerenti, Gruppo metaplettico. Metodo W.K.B.
- Cap 6 Semigruppri e dissipazioni. Aspettazioni condizionate. Semigruppri di Markov.
- Cap 7 Algebra di Weyl, Rappresentazioni di Bargmann, Fock, Segal. Quantizzazioni . Algebra di Weyl magnetica.
- Cap. 8 Elementi di teoria degli operatori su spazi di Hilbert
- Cap. 9 Estensioni autoaggiunte
- Cap 10 Elementi di teoria degli operatori di Schroedinger.